

Class 10th Math Model Paper 1 (Exam-2026)

1. निम्नलिखित में कौन परिमेय संख्या है ?
(A) $\sqrt{7}+\sqrt{7}$ (B) $\sqrt{25}+\sqrt{3}$
(C) $1/\sqrt{4}$ (D) $\sqrt{9}\times\sqrt{3}$
2. यदि m एक पूर्णांक है तो प्रत्येक विषम पूर्णांक का रूप होता है-
(A) m+1 (B) m
(C) 2m (D) 2m+1
3. निम्नलिखित में किसका दशमलव प्रसार सांत है ?
(A) $11\backslash 91$ (B) $15\backslash 23$
(C) $17\backslash 80$ (D) $7\backslash 45$
4. $0.8\bar{7} =$
(A) $87\backslash 90$ (B) $87\backslash 99$
(C) $79\backslash 90$ (D) $79\backslash 99$
5. यदि $540=2^x\times 3^y\times 5^z$ हो तो $x+y-z =$
(A) 4 (B) 5
(C) 3 (D) 6
6. निम्नलिखित में कौन अपरिमेय संख्या है ?
(A) $2.\bar{3}$ (B) $\sqrt{13}\times\sqrt{13}$
(C) $\sqrt{441}$ (D) $\sqrt{\frac{10}{100}}$
7. यदि m और n दो अभाज्य संख्याएँ हैं तो उनका महत्तम समापवर्तक होगा-
(A) 0 (B) 1
(C) 2 (D) 3
8. दो संख्याओं का गुणनफल 2366 है और उनका लघुतम समापवर्त्य 182 है, तो महत्तम समापवर्तक होगा-
(A) 13 (B) 23
(C) 3 (D) 16
9. निम्नलिखित में किसका दशमलव प्रसार असांत है ?
(A) $11\backslash 40$ (B) $17\backslash 160$
(C) $33\backslash 200$ (D) $13\backslash 441$

10. यदि $p=ab^3$ तथा a^4b , जहाँ p, धनात्मक पूर्णांक तथा a, b अभाज्य संख्याएँ हैं, तो (p, q) का लघुतम समापवर्त्य है-
(A) ab (B) a^3b^3
(C) a^4b^3 (D) a^4b^4
11. निम्नलिखित में से कौन-सा युग्म सह-अभाज्य है ?
(A) (15,45) (B) (9,16)
(C) (21,105) (D) (14,84)
12. 0.3125 को $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सकता है-
(A) 5/8 (B) 5/16
(C) 1/8 (D) 5/4
13. निम्नलिखित में से कौन-सा बहुपद है ?
(A) $x^2+\sqrt{2x}+1$ (B) $x+\frac{6}{x}$
(C) $\frac{1}{4}x^3-3x^2+\sqrt{121}$ (D) $2x^2+4x$
14. बहुपद $(x+3)^2(x^3-8)$ का घात है-
(A) 2 (B) 5
(C) 6 (D) 4
15. बहुपद $2x^2-6$ के शून्यक हैं-
(A) $(\sqrt{3}, -\sqrt{3})$ (B) $(\sqrt{3}, \sqrt{3})$
(C) $(-\sqrt{3}, -\sqrt{3})$ (D) (3, -3)
16. बहुपद $p(x)=2x^2-8x-12$, तो $p(2)$ का मान है-
(A) 20 (B) -20
(C) 36 (D) -28
17. यदि बहुपद $3y^2+7y-K$ के शून्यक एक दूसरे के व्युत्क्रम हो, तो K का मान होगा-
(A) 1/3 (B) $-\frac{1}{3}$
(C) 3 (D) -3
18. शून्यक -2, -5 वाले बहुपदों की संख्या होगी-
(A) 2 (B) 3
(C) 5 (D) अनगिनत

19. यदि बहुपद $p(x)=5x^2+7x-12$ के शून्यक α और β हों, तो $5(\alpha+\beta)$ का मान है-

- (A) -7 (B) 7
(C) 35 (D) 60

20. यदि α, β, γ त्रिघात बहुपद ax^3+bx^2+cx+d के शून्यक हों, तो $\alpha.\beta.\gamma$ का मान होगा-

- (A) $\frac{c}{a}$ (B) $-\frac{c}{a}$
(C) $\frac{b}{a}$ (D) $-\frac{d}{a}$

21. यदि रेखाएँ $5x+py=6$ और $15x+9y=12$ समांतर हैं, तो p का मान होगा -

- (A) 3 (B) $1\sqrt{3}$
(C) 2 (D) 9

22. यदि दो चरों में दो रेखिक समीकरणों के आलेख प्रतिच्छेदी रेखाएँ हो, तो हलों की संख्या होगी-

- (A) कोई हल नहीं (B) सिर्फ एक
(C) अनन्त हल (D) इनमें से कोई नहीं

23. यदि $5x-8y=0$ तथा $10x-18y=0$ तो x तथा y के मान हैं-

- (A) $x=5 y=0$ (B) $x=0 y=8$
(C) $x=0 y=0$ (D) $x=1 y=1$

24. यदि समीकरण $ax^2+bx+c=0$ $a \neq 0$, का मूल समान हो, तो $c =$

- (A) $\frac{b^2}{4a}$ (B) $\frac{b^2}{4a}$
(C) $\frac{b}{2a}$ (D) $-\frac{b}{2a}$

25. निम्नलिखित में से कौन सा द्विघात समीकरण नहीं है ?

- (A) $(x+2)^2=3(x^2-4)$
(B) $4x-x^2=x^2+7$
(C) $(\sqrt{2}x-3)^2=2x^2+4$
(D) $(x-1)^2=3x^2-2x+4$

26. समांतर श्रेणी 12, 10, 8, ... का कौन-सा पद 0 है ?

- (A) 7वां (B) 8वां
(C) 9वां (D) 10वां

27. यदि द्विघात समीकरण $x^2+px+q=0$ के मूल p तथा q हो, तो $p+q = ?$

- (A) 1 (B) -1
(C) 2 (D) -2

28. द्विघात समीकरण $3x^2-13x+10=0$ का विविक्तकर है-

- (A) 49 (B) -49
(C) 13 (D) 169

29. द्विघात समीकरण $x(2x+5)=0$ के मूलों का गुणनफल है-

- (A) $\frac{5}{2}$ (B) 0
(C) $-\frac{5}{2}$ (D) $\frac{2}{5}$

30. निम्नलिखित में कौन-सा समांतर श्रेणी में है ?

- (A) 0.2, 0.22, 0.222, 0.2222, ...
(B) $\sqrt{7}, \sqrt{28}, \sqrt{63}, \sqrt{112}, ...$
(C) 2, 4, 8, 16, ...
(D) $1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 2, ...$

31. यदि द्विघात समीकरण $x^2-7x+12=0$ का एक मूल 3 हो, तो इसका दूसरा मूल होगा-

- (A) -3 (B) -4
(C) 4 (D) 2

32. समांतर श्रेणी -5, -1, 3, 7, ... का सार्वअंतर है-

- (A) 4 (B) -4
(C) 3 (D) -6

33. यदि समांतर श्रेणी का पहला पद 'a' और सार्वअंतर 'd' है, तो प्रथम n पदों का योगफल होगा-

- (A) $n\{2a+(n-1)d\}$
(B) $\frac{n(n+1)}{2}$
(C) $\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$
(D) $\frac{1}{2}\{a+(n-1)d\}$

34. यदि समांतर श्रेणी का n वां पद $t_n=3-4n$ तो $t_5=$

- (A) -17 (B) 17
(C) 20 (D) -20

35. यदि समांतर श्रेढी का सामान्य पद $(17-5n)$ है, तो इसका सार्वअंतर होगा-

- (A) 5 (B) -5
(C) 12 (D) 0

36. प्रथम n विषम प्राकृत संख्याओं का योगफल है-

- (A) n^2-1 (B) $n+1$
(C) $2n-1$ (D) n^2

37. यदि 18, x , y , -3 समांतर श्रेढी में है तो $x+y=$

- (A) 7 (B) 13
(C) 21 (D) 15

38. यदि A तथा B पूरक कोण हैं, तो

- (A) $\sin B = \sin A$ (B) $\sec A = \operatorname{cosec} B$
(C) $\cot A = \cot B$ (D) $\tan A = \tan B$

39. $\cos(90^\circ - \phi) =$

- (A) $\sin \phi$ (B) $\cos \phi$
(C) $-\sin \phi$ (D) $-\cos \phi$

40. $\cos^2 27^\circ - \sin^2 63^\circ =$

- (A) -1 (B) 0
(C) 1 (D) $1/\sqrt{2}$

41. $\sin 2\theta = 2\sin \theta$ सत्य है जब $\theta =$

- (A) 60° (B) 45°
(C) 30° (D) 0°

42. यदि $\sin \theta = \frac{4}{5}$ तो $\tan \theta =$

- (A) $\frac{5}{4}$ (B) $\frac{3}{4}$
(C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{4}{5}$

43. यदि $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{7}}$ तो $\sec^2 \theta - \tan^2 \theta =$

- (A) $\frac{2\sqrt{2}}{7}$ (B) $2\sqrt{2}$
(C) $\sqrt{7}$ (D) 1

44. $\frac{1 - \tan^2 45^\circ}{1 + \tan^2 45^\circ} =$

- (A) 0 (B) 1
(C) 2 (D) $1/\sqrt{2}$

45. $3\cot^2 60^\circ =$

- (A) $1/\sqrt{3}$ (B) 1
(C) 3 (D) $\sqrt{3}$

46. $\cos 1^\circ \cos 2^\circ \cos 3^\circ \dots \cos 180^\circ =$

- (A) 1 (B) -1
(C) 0 (D) $-\frac{1}{2}$

47. $2 - 2\operatorname{cosec}^2 A =$

- (A) $-\cot^2 A$ (B) $\cot^2 A$
(C) $2\cot^2 A$ (D) $-2\cot^2 A$

48. यदि $a \sin x = 1$ और $b \cos x = 1$ तो $\cot x =$

- (A) 1 (B) $\frac{a}{b}$
(C) $\frac{b}{a}$ (D) $\frac{1}{ab}$

49. $\sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ - 1 =$

- (A) 0 (B) $1/\sqrt{2}$
(C) 1 (D) -1

50. $-\tan^2 A + \frac{1}{1 - \sin^2 2A} =$

- (A) 0 (B) 1
(C) -1 (D) $2\tan 2A$

51. $\left(\frac{\cos 75^\circ}{\sin 15^\circ}\right) - \left(\frac{\sin 15^\circ}{\cos 75^\circ}\right) =$

- (A) 1 (B) 2
(C) 0 (D) 4

52. $\frac{\cos 60^\circ}{\sin 60^\circ} \times \tan 60^\circ =$

- (A) 0 (B) 1
(C) $\sqrt{3}$ (D) 2

53. यदि $\operatorname{cosec} \phi - \cot \phi = y$ तो $\cot \phi =$

- (A) $\frac{1-y^2}{2y}$ (B) $\frac{y^2-1}{2y}$
(C) $\frac{1-y^2}{2}$ (D) $\frac{1-y^2}{y}$

54. $\operatorname{cosec} 30^\circ =$

- (A) $\sin 30^\circ$ (B) $\sec 60^\circ$
(C) $\operatorname{cosec} 60^\circ$ (D) $\sec 30^\circ$

55. यदि $2\cos 3\theta = 1$ तो $\theta =$

- (A) 10° (B) 20°
(C) 30° (D) 60°

56. यदि $\sin B = \frac{a}{b}$ तो $\cos B =$

- (A) $\frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{b}$ (B) $\frac{b}{\sqrt{b^2 - a^2}}$
(C) $\frac{b}{a}$ (D) $\frac{b}{\sqrt{b^2 - a^2}}$

57. यदि $\tan A + \cot A = 2$ तो $\tan^2 A + \cot^2 A =$

- (A) 0 (B) 1
(C) 2 (D) 4

58. किस चतुर्थांश में भुज और कोटि दोनों ऋणात्मक होते हैं ?

- (A) प्रथम (B) द्वितीय
(C) तृतीय (D) चतुर्थ

59. बिंदुओं A(8, 0) और B(-6, 2) के बीच की दूरी है-

- (A) $2\sqrt{10}$ इकाइयां (B) $10\sqrt{2}$ इकाइयां
(C) 10 इकाइयां (D) 16 इकाइयां

60. x-अक्ष और y-अक्ष के प्रतिच्छेदन बिंदु को कहा जाता है

- (A) केंद्रक (B) बिंदु
(C) लंबकेंद्र (D) परिकेंद्र

61. बिंदुओं P(4, -5) और (8, 7) को मिलाने वाली रेखाखंड के मध्य-बिंदु के नियामक हैं

- (A) (2, 6) (B) (6, -1)
(C) (6, 1) (D) (-2, -6)

62. मूल बिंदु से बिंदु R(-x, y) की दूरी है

- (A) $\sqrt{x^2 - y^2}$ इकाइयां
(B) $\sqrt{x^2 + y^2}$ इकाइयां
(C) $(x^2 + y^2)$ इकाइयां
(D) (x+y) इकाइयां

63. यदि बिंदुएं (1, 2), (-5, 6) तथा (a, -2) संरेख हैं, तो a =

- (A) 7 (B) -7
(C) 6 (D) 2

64. रेखा $y=7$ का आलेख निम्न में से किस बिंदु से होकर गुजरेगी?

- (A) (7, 3) (B) (7, -6)
(C) (5, 7) (D) (7, 1)

65. y-अक्ष से बिंदु P(4,6) की दूरी है-

- (A) 6 इकाइयां (B) 4 इकाइयां
(C) 2 इकाइयां (D) 10 इकाइयां

66. बिंदु A(a, b) और B(c, d) को मिलाने वाले

रेखाखंड AB को $\lambda:1$ के अनुपात में अंतः विभाजित करने वाले बिंदु का y-निर्देशांक है-

- (A) $\frac{\lambda d + b}{\lambda + 1}$ (B) $\frac{\lambda c + a}{\lambda + 1}$
(C) $\frac{1\lambda b + d}{\lambda + 1}$ (D) $\frac{\lambda a + c}{\lambda + 1}$

67. किसी वृत्त के व्यास के सिरो का निर्देशांक

P(8, -6) और (-8, 6) हैं, तो इसके केंद्र का निर्देशांक है-

- (A) (4, -3) (B) (-4, 3)
(C) (1, 1) (D) (0, 0)

68. एक त्रिभुज का केंद्रक (4,0) है और उसके दो शीर्ष (3,4) और (5,-6) हैं, तो तीसरा शीर्ष है

- (A) (2, 4) (B) (4, 2)
(C) (0, 2) (D) (2, 0)

69. बिंदु $(-\frac{5}{2}, 4)$ किस पाद में स्थित है?

- (A) प्रथम (B) द्वितीय
(C) तृतीय (D) चतुर्थ

70. x-अक्ष पर सभी बिंदुओं का कोटि होता है -

- (A) 0 (B) 1
(C) 2 (D) -1

71. यदि $\triangle ABC$ और $\triangle PR$ समरूप हैं तथा

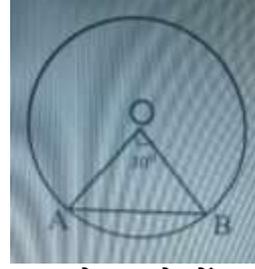
$\angle A = 42^\circ, \angle = 84^\circ$ तो $\angle C =$

- (A) 48° (B) 54°
(C) 96° (D) 42°

72. यदि ΔPR में $PR^2 = P^2 + R^2$ तो $\angle =$
 (A) 45° (B) 60°
 (C) 75° (D) 90°
73. यदि ΔABC एक समबाहु त्रिभुज है जैसे $AD \perp BC$ तो $AD^2 =$
 (A) $2DC^2$ (B) $\frac{3}{2}DC^2$
 (C) $4DC^2$ (D) $3CD^2$
74. ΔABC में, बिंदु D और E क्रमशः भुजाओं AB तथा AC पर इस प्रकार है कि $DE \parallel BC$. यदि $\frac{AD}{DB} = 54$ और $AC = 18$ सेमी. तो $AE =$
 (A) 8 सेमी. (B) 9 सेमी.
 (C) 12 सेमी. (D) 4 सेमी.
75. समद्विबाहु समकोण त्रिभुज में प्रत्येक न्यूनकोण की माप होगी
 (A) 60° (B) 90°
 (C) 45° (D) 30°
76. दो समरूप त्रिभुजों की संगत ऊँचाईयाँ 7 से.मी. और 10 से.मी. हैं, तो उनके क्षेत्रों का अनुपात होगा
 (A) 49 : 100 (B) 100 : 49
 (C) $\sqrt{10} : \sqrt{7}$ (D) $\sqrt{7} : \sqrt{10}$
77. 4.5 से.मी. त्रिज्या वाले वृत्त पर खींची गई दो समानांतर स्पर्श रेखाओं के बीच की दूरी होगी
 (A) 4.5 से.मी. (B) 1.5 से.मी.
 (C) 9 से.मी. (D) 6 से.मी.
78. किसी बाह्य बिंदु से वृत्त पर कितनी स्पर्श रेखाएँ खींची जा सकती हैं?
 (A) दो (B) एक
 (C) तीन (D) अनन्त
79. यदि O केंद्र वाले वृत्त पर PA और PB दो स्पर्श रेखाएँ इस प्रकार हैं कि $\angle APB = 50^\circ$ हो, तो $\angle AOB = ?$
 (A) 50° (B) 25°
 (C) 90° (D) 130°

80. दिए गए चित्र में, O वृत्त का केंद्र है और $\angle AOB = 30^\circ$ है, तो $\angle OBA$ का मान होगा

- (A) 30°
 (B) 60°
 (C) 75°
 (D) 90°



81. 8 से.मी. त्रिज्या वाले वृत्त के केंद्र से 17 से.मी. दूर स्थित बिंदु से खींची गई स्पर्श रेखा की लम्बाई होगी
 (A) 15 से.मी. (B) 8 से.मी.
 (C) $\sqrt{353}$ से.मी. (D) 25 से.मी.
82. किसी घन का विकर्ण की लम्बाई $5\sqrt{3}$ से.मी. है, तो उसका सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा
 (A) 125 से.मी.² (B) 150 से.मी.²
 (C) 75 से.मी.² (D) 250 से.मी.²
83. यदि बेलन और शंकु की त्रिज्या एवं ऊँचाई समान हो तो उनके आयतनों का अनुपात होगा
 (A) 1 : 3 (B) 3 : 1
 (C) 3 : 4 (D) 2 : 3
84. सुराही का संयोजन है –
 (A) गोला एवं बेलन
 (B) बेलन एवं शंकु
 (C) दो अर्द्धगोलक
 (D) अर्द्धगोलक एवं बेलन
85. घड़ी की मिनट वाली सूई द्वारा 45 मिनट में बनाया गया कोण है
 (A) 180° (B) 270°
 (C) 90° (D) 135°
86. 10 से.मी. त्रिज्या वाले अर्द्धवृत्त की परिमाप होगी
 (A) $(\pi + 2)10$ से.मी.
 (B) $(\pi + 1)10$ से.मी.
 (C) 10π से.मी.
 (D) $(\pi + 5)10$ से.मी.

87. 6 से.मी. व्यास वाले गोले द्वारा विस्थापित वायु का आयतन होगा-
- (A) 36 घन से.मी.
 (B) 108π घन से.मी.
 (C) 36π घन से.मी.
 (D) 144π घन से.मी.
88. त्रिज्या p वाले वृत्त में कोण θ° के त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल है
- (A) $\frac{\pi p^2 \theta}{360}$ वर्ग इकाई
 (B) $\frac{\pi p^2 \theta}{180}$ वर्ग इकाई
 (C) $\frac{\pi p \theta}{360}$ वर्ग इकाई
 (D) $\frac{\theta^2}{360}$ वर्ग इकाई
89. यदि किसी अर्द्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 462 से.मी.² है, तो उसकी त्रिज्या होगी
- (A) 14 से.मी. (B) 7 से.मी.
 (C) 6 से.मी. (D) 3.5 से.मी.
90. यदि किसी समभुज त्रिभुज का क्षेत्रफल $81\sqrt{3}$ से.मी.² है तो उसकी भुजा होगी
- (A) $9\sqrt{3}$ से.मी. (B) 9 से.मी.
 (C) $3\sqrt{3}$ से.मी. (D) 18 से.मी.
91. तीन पासों के फेंकने पर सम्भावित परिणामों की संख्या होगी
- (A) 216 (B) 136
 (C) 128 (D) 18
92. यदि कोई घटना घट ही नहीं सकती तो उसकी प्रायिकता होगी
- (A) 0 (B) $1/2$
 (C) 1 (D) $1/3$
93. एक पासा एक बार फेंका जाता है। अभाज्य संख्या आने की प्रायिकता होगी
- (A) $1/6$ (B) $1/2$
 (C) $2/3$ (D) $1/3$

94. अच्छी तरह फेंटी गई ताश की गड्डी से एक पत्ता निकाला जाता है। उसके काली रानी होने की प्रायिकता होगी
- (A) $2/13$ (B) $1/26$
 (C) $1/13$ (D) $3/26$
95. दो सिक्के उछालने पर कोई भी शीर्ष न आने की प्रायिकता होगी
- (A) $3/4$ (B) $1/3$
 (C) $1/2$ (D) $1/4$
96. 23, 20, 22, 37, 24, 23, 19, 22, 17, 23 का बहुलक है
- (A) 23 (B) 22
 (C) 19 (D) 37
97. यदि पाँच आंकड़े $x, x+1, x+2, x+3$ और $x+4$ का माध्य 14 है तो $x = ?$
- (A) 10 (B) 14
 (C) 12 (D) 11
98. निम्न में से कौन-सा केन्द्रीय प्रवृत्ति का माप नहीं है?
- (A) परिसर (B) बहुलक
 (C) औसत (D) माध्यिका
99. प्रथम 8 अभाज्य संख्याओं का माध्यिका है
- (A) 13 (B) 11
 (C) 9 (D) 7
100. निम्नलिखित वितरण के लिए

| वर्ग-अंतराल | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 |
|-------------|------|-------|-------|-------|-------|
| बारंबारता | 8 | 12 | 20 | 6 | 4 |

बहुलक वर्ग की उच्च- सीमा है

- (A) 20 (B) 30
 (C) 25 (D) 50

Answer Key

1. (C) 2. (D) 3. (C) 4. (C) 5. (A)
 6. (D) 7. (B) 8. (A) 9. (D) 10. (C)
 11. (B) 12. (B) 13. (C) 14. (B) 15. (A)
 16. (B) 17. (D) 18. (D) 19. (A) 20. (D)
 21. (A) 22. (B) 23. (C) 24. (B) 25. (C)
 26. (A) 27. (D) 28. (A) 29. (B) 30. (B)
 31. (C) 32. (A) 33. (C) 34. (A) 35. (B)
 36. (D) 37. (D) 38. (B) 39. (A) 40. (B)
 41. (D) 42. (C) 43. (D) 44. (A) 45. (B)
 46. (C) 47. (D) 48. (B) 49. (A) 50. (B)
 51. (C) 52. (B) 53. (A) 54. (B) 55. (B)
 56. (A) 57. (C) 58. (C) 59. (B) 60. (C)
 61. (C) 62. (B) 63. (B) 64. (C) 65. (B)
 66. (A) 67. (D) 68. (B) 69. (B) 70. (A)
 71. (B) 72. (D) 73. (D) 74. (A) 75. (C)
 76. (A) 77. (C) 78. (A) 79. (D) 80. (C)
 81. (A) 82. (B) 83. (B) 84. (B) 85. (A)
 86. (B) 87. (C) 88. (B) 89. (A) 90. (D)
 91. (A) 92. (A) 93. (B) 94. (B) 95. (D)
 96. (A) 97. (A) 98. (A) 99. (B) 100. (B)

लघु उत्तरीय प्रश्न (Short Answer Type Question)

संख्या 1 से 30 तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। इनमें से किसी भी 15 प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न के लिए 2 अंक निर्धारित हैं।

Q1. सिद्ध करें कि $2\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

हल (Solution):

मान लें कि $2\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है।

इसलिए, हम इसे $\frac{a}{b}$ के रूप में लिख सकते हैं, जहाँ a और

b सह-अभाज्य पूर्णांक हैं और $b \neq 0$ है। (यानी उनका HCF=1 है)।

$$2\sqrt{3} = \frac{a}{b}$$

$$\sqrt{3} = \frac{a}{2b}$$

चूँकि a, 2, और b पूर्णांक हैं, इसलिए $\frac{a}{2b}$ एक परिमेय संख्या है।

इसलिए, $\sqrt{3}$ को भी एक परिमेय संख्या होना चाहिए।

परंतु हम जानते हैं कि $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

अतः, हमारा मानना गलत है।

इसलिए, $2\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

Q2. संख्या 12, 144 और 240 का लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) अभाज्य गुणनखंड विधि से ज्ञात करें।

हल (Solution):

अभाज्य गुणनखंड:

- $12 = 2^2 \times 3^1$
- $144 = 2^4 \times 3^2$
- $240 = 2^4 \times 3^1 \times 5^1$

LCM: (प्रत्येक अभाज्य गुणनखंड की सबसे बड़ी घात का गुणनफल)

$$\text{LCM}(12, 144, 240) = 2^4 \times 3^2 \times 5^1$$

$$\text{LCM} = 16 \times 9 \times 5 = 720$$

$$\text{Ans: LCM} = 720$$

Q3. यूक्लिड के विभाजन एल्गोरिथम का उपयोग कर, 135 और 225 का महत्तम समापवर्तक (HCF) ज्ञात करें।

हल (Solution):

$$a=225, b=135$$

$$225=135 \times 1+90$$

$$135=90 \times 1+45$$

$$90 = 45 \times 2+0$$

अंतिम भाजक 45 है।

$$\text{Ans: HCF (135, 225) = 45}$$

Q4. द्विघात बहुपद $6y^2-3-7y$ के शून्यकों को ज्ञात करें।

हल (Solution):

$$\text{मानक रूप: } P(y)=6y^2-7y-3$$

$$\text{शून्यक के लिए: } 6y^2-9y+2y-3 = 0$$

$$3y(2y-3)+1(2y-3) = 0$$

$$(3y+1)(2y-3) = 0$$

$$3y+1=0 \implies y = \frac{-1}{3}$$

$$2y-3=0 \implies y = \frac{3}{2}$$

$$\text{Ans: शून्यक } \frac{-1}{3} \text{ और } \frac{3}{2} \text{ हैं।}$$

Q5. यदि $p(x) = x^2-18x+81$ तथा $q(x) = (x-9)$

तो $\frac{p(x)}{q(x)}$ का घात करें।

हल (Solution):

$$P(x) = x^2-18x+81$$

$$\text{यह } (x-9)^2 \text{ है।}$$

$$\text{शून्यक के लिए: } (x-9)(x-9)=0 \implies x=9, 9$$

$$\text{Ans: शून्यक 9 और 9 हैं।}$$

Q6. यदि बहुपद $f(x)=5x^2-7x+1$ के शून्यक α तथा β हैं, तो $\alpha^2+\beta^2$ का मान ज्ञात करें।

हल (Solution):

शून्यकों का योगफल और गुणनफल

दिए गए बहुपद $f(x)=5x^2-7x+1$ में:

$$a=5, b=-7, c=1$$

योगफल:

$$\alpha+\beta = -\frac{b}{a} = \frac{-(-7)}{5} = \frac{7}{5}$$

गुणनफल:

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{1}{5}$$

$\alpha^2+\beta^2$ का मान

$$\alpha^2+\beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta$$

मान रखने पर:

$$\alpha^2+\beta^2 = \left(\frac{7}{5}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{5}\right)$$

$$\alpha^2+\beta^2 = \frac{49}{25} - \frac{2}{5}$$

हर को बराबर करके घटाने पर:

$$\alpha^2+\beta^2 = \frac{49}{25} - \frac{2 \times 5}{2 \times 5}$$

$$\alpha^2+\beta^2 = \frac{49}{25} - \frac{10}{25}$$

$$\alpha^2+\beta^2 = \frac{39}{25}$$

$$\text{Ans: } \alpha^2+\beta^2 \text{ का मान } \frac{39}{25} \text{ है।}$$

Q7. समीकरण युग्म $x-2y=0$ और $3x+4y-20=0$ को हल करें।

हल (Solution):

$$1. x-2y=0 \implies x=2y$$

$$2. 3x+4y=20$$

समीकरण (1) से x का मान समीकरण (2) में रखने पर:

$$3(2y)+4y=20$$

$$6y+4y=20$$

$$10y=20$$

$$Y=2$$

y का मान समीकरण 1 में रखने पर:

$$X=2y$$

$$2(2) \implies x=4$$

$$\text{Ans: } x=4, y=2$$

Q8. द्विघात समीकरण $3y^2 - 2\sqrt{6}y + 2 = 0$ का विविक्तकर ज्ञात करें, एवं फिर मूलों की प्रकृति बताएँ

हल (Solution):

$$a=3, b=-2\sqrt{6}, c=2$$

विविक्तकर (D):

$$D = b^2 - 4ac = (-2\sqrt{6})^2 - 4(3)(2)$$

$$D = 24 - 24 = 0$$

मूलों की प्रकृति:

चूँकि $D = 0$ है, इसलिए मूल वास्तविक और समान (बराबर) होंगे।

Ans: विविक्तकर $D = 0$, मूल वास्तविक और समान हैं।

Q9. द्विघात सूत्र का उपयोग कर समीकरण $x^2 + 7x - 60 = 0$ का मूल निकालें।

हल (Solution):

$$a=1, b=7, c=-60$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4(1)(-60)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 240}}{2} = \frac{-7 \pm \sqrt{289}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-7 + 17}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{-7 - 17}{2} = -12$$

Ans: मूल 5 और -12 हैं।

Q10. क्या संख्याओं की सूची 5, 11, 17, 23, ... का कोई पद 301 है ?

हल (Solution):

AP के मान:

- प्रथम पद (a) = 5
- सार्व अंतर (d) = 11 - 5 = 6
- माना n वाँ पद (an) = 301

n का मान ज्ञात करें:

- सूत्र: $a_n = a + (n-1)d$
 $301 = 5 + (n-1)6$

$$296 = 6(n-1)$$

$$n-1 = \frac{296}{6} = \frac{148}{3}$$

$$n = \frac{148}{3} + 1 = \frac{151}{3}$$

निष्कर्ष:

- चूँकि पदों की संख्या (n) एक पूर्णांक नहीं है, इसलिए 301 इस AP का कोई पद नहीं है।

Ans: 301 इस AP का कोई पद नहीं है।

Q11. किसी समांतर श्रेणी का 17वाँ पद उसके 10वें पद से 14 अधिक है। इसका सार्व अंतर ज्ञात करें।

हल (Solution):

1. प्रश्न को समीकरण में लिखें:

$$a_{17} = a_{10} + 14$$

a_n का सूत्र उपयोग करें:

$$a + (17-1)d = [a + (10-1)d] + 14$$

$$a + 16d = a + 9d + 14$$

d का मान ज्ञात करें:

$$16d - 9d = 14$$

$$7d = 14 \implies d = 2$$

Ans: सार्व अंतर 2 है।

Q12. योगफल निकालें: $7 + 10\frac{1}{2} + 14 + \dots + 84$

हल (Solution):

AP के मान और पदों की संख्या (n) ज्ञात करें:

$$a = 7, d = \frac{21}{2} - 7 = \frac{7}{2}, l = a_n = 84$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$\implies 84 = 7 + (n-1)\frac{7}{2}$$

$$\implies 77 = (n-1)\frac{7}{2}$$

$$\implies n-1 = 77 \times \frac{2}{7}$$

$$\implies n-1 = 22$$

$$\implies n = 23$$

योगफल (S_n) ज्ञात करें:

$$\text{सूत्र: } S_n = \frac{n}{2}(a+l)$$

$$S_{23} = \frac{23}{2} (7+84) = \frac{23}{2} (91) = \frac{2093}{2}$$

Ans: योगफल 22093 या $1046\frac{1}{2}$ है।

Q13. 0 और 50 के बीच की विषम संख्याओं का योग ज्ञात करें।

हल (Solution):

विषम संख्याएँ: 1, 3, 5, ..., 49

a=1, d=2, l=49 पदों की संख्या:

$$l = a + (n-1)d$$

$$49 = 1 + (n-1)2$$

$$\Rightarrow 48 = 2(n-1)$$

$$\Rightarrow n-1 = 24$$

$$\Rightarrow n = 25$$

योगफल (S_{25}):

$$S_n = 2n(a+1)$$

$$S_{25} = 225[1+49] = 225 \times 50 = 25 \times 25 = 625$$

Ans: योगफल 625 है।

Q14. यदि $5 \cot A = 3$ तो $\frac{5 \sin A - 3 \cos A}{4 \sin A + 3 \cos A}$ का मान निकालें।

हल (Solution):

दिया गया है: $5 \cot A = 3$

$$\Rightarrow \cot A = \frac{3}{5}$$

अंश और हर दोनों को $\sin A$ से भाग करने पर:

$$\Rightarrow \frac{5 \sin A - 3 \cos A}{4 \sin A + 3 \cos A} = \frac{5 - 3 \frac{\cos A}{\sin A}}{4 + 3 \frac{\cos A}{\sin A}}$$

$$\Rightarrow \frac{5 - 3 \frac{\cos A}{\sin A}}{4 + 3 \frac{\cos A}{\sin A}}$$

चूँकि $\frac{\sin A}{\cos A} = \cot A$ और $\cot A = \frac{3}{5}$

$$\Rightarrow \frac{5 - 3(\cot A)}{4 + 3(\cot A)} = \frac{5 - 3(\frac{3}{5})}{4 + 3(\frac{3}{5})}$$

गणना करें:

$$\bullet \text{ अंश: } 5 - \frac{9}{5} = \frac{25-9}{5} = \frac{16}{5}$$

$$\bullet \text{ हर: } 4 + \frac{9}{5} = \frac{20+9}{5} = \frac{29}{5}$$

अब व्यंजक का मान:

$$= \frac{\frac{16}{5}}{\frac{29}{5}} = \frac{16}{5} \times \frac{5}{29} = \frac{16}{29}$$

Ans: मान = $\frac{16}{29}$

Q15. सिद्ध करें कि $(\sin^4 \theta - \cos^4 \theta + 1) \operatorname{cosec}^2 \theta = 2$.

हल (Solution):

$$\text{LHS} = (\sin^4 \theta - \cos^4 \theta + 1) \operatorname{cosec}^2 \theta$$

चरण 1: $(\sin^4 \theta - \cos^4 \theta)$ को सरल करना

हम बीजगणितीय सर्वसमिका $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ का उपयोग करते हैं, जहाँ $a = \sin^2 \theta$ और $b = \cos^2 \theta$ है:

$$\sin^4 \theta - \cos^4 \theta = (\sin^2 \theta)^2 - (\cos^2 \theta)^2$$

$$\sin^4 \theta - \cos^4 \theta = (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)$$

चूँकि त्रिकोणमितीय सर्वसमिका $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ होती है, इसलिए:

$$\sin^4 \theta - \cos^4 \theta = (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)(1)$$

$$\sin^4 \theta - \cos^4 \theta = \sin^2 \theta - \cos^2 \theta$$

अब इस मान को LHS में रखने पर

$$\text{LHS} = [(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) + 1] \operatorname{cosec}^2 \theta$$

ब्रैकेट के अंदर, हम 1 के स्थान पर फिर से

$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta$ रखते हैं:

$$\text{LHS} = [\sin^2 \theta - \cos^2 \theta + (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)] \operatorname{cosec}^2 \theta$$

ब्रैकेट के अंदर $-\cos^2 \theta$ और $+\cos^2 \theta$ कट जाएंगे:

$$\text{LHS} = [\sin^2 \theta + \sin^2 \theta] \operatorname{cosec}^2 \theta$$

$$\text{LHS} = [2 \sin^2 \theta] \operatorname{cosec}^2 \theta$$

हम जानते हैं कि $\operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta}$ होता है, इसलिए

$$\operatorname{cosec}^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

$$\text{LHS} = 2\sin^2\theta \cdot \frac{1}{\sin^2\theta}$$

$$\text{LHS} = 2 \times 1$$

$$\text{LHS} = 2$$

यह दायीं पक्ष (RHS) के बराबर है।

$$\text{LHS} = \text{RHS} (\text{सिद्ध हुआ})$$

Q16. यदि $\tan A = \cot B$, तो सिद्ध करें कि $A+B=90^\circ$ है।

हल (Solution):

$$\tan A = \cot B$$

पूरक कोणों का संबंध उपयोग करें:

$$\text{हम जानते हैं: } \cot \theta = \tan(90^\circ - \theta)$$

$$\tan A = \tan(90^\circ - B)$$

$$A = 90^\circ - B$$

$$A + B = 90^\circ$$

Ans: $A+B=90^\circ$ सिद्ध हुआ।

Q17. $\sin 35^\circ \cdot \cos 55^\circ + \cos 35^\circ \cdot \sin 55^\circ$ का मान निकालें।

हल (Solution)

1. प्रयुक्त सूत्र (Formula Used)

हम त्रिकोणमिति का योग सूत्र प्रयोग करेंगे:

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

सूत्र का प्रयोग

$$\sin 35^\circ \cdot \cos 55^\circ + \cos 35^\circ \cdot \sin 55^\circ = \sin(35^\circ + 55^\circ)$$

कोनों को जोड़ने पर:

$$\sin(35^\circ + 55^\circ) = \sin(90^\circ)$$

हम जानते हैं कि $\sin 90^\circ$ का मान 1 होता है:

$$\sin 90^\circ = 1$$

Ans: $\sin 35^\circ \cdot \cos 55^\circ + \cos 35^\circ \cdot \sin 55^\circ = 1$

Q18. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसके शीर्ष $(4, -3)$, $(-9, 7)$ और $(8, 8)$ हैं।

हल: 1. क्षेत्रफल सूत्र का उपयोग:

$$\text{Area} = \frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$$

मान रखें:

$$\text{Area} = \frac{1}{2} |4(7-8) + (-9)(8-(-3)) + 8(-3-7)|$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} |4(-1) - 9(11) + 8(-10)|$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} |-4 - 99 - 80|$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} |-183| = \frac{183}{2}$$

Ans: त्रिभुज का क्षेत्रफल $\frac{183}{2}$ या 91.5 वर्ग इकाई है।

Q19. बिन्दुओं $(5, -6)$ और $(-1, -4)$ को जोड़ने वाले रेखाखंड को x-अक्ष किस अनुपात में विभाजित करती है?

हल (Solution):

अनुपात और बिन्दु:

- मान लीजिए x-अक्ष k:1 के अनुपात में विभाजित करती है। x-अक्ष पर y-निर्देशांक शून्य होता है।
- A(5, -6), B(-1, -4)

y-निर्देशांक के लिए विभाजन सूत्र:

$$y = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$$

$$0 = \frac{k(-4) + 1(-6)}{k+1}$$

k का मान ज्ञात करें:

$$0 = -4k - 6$$

$$4k = -6 \implies k = \frac{-6}{4} = \frac{-3}{2}$$

निष्कर्ष:

- अनुपात ऋणात्मक है, जिसका अर्थ है विभाजन बाह्य है, लेकिन अनुपात का मान 3:2 होगा।

Ans: x-अक्ष रेखाखंड को 3:2 के अनुपात में विभाजित करती है।

Q20. x का मान ज्ञात करें, जिसके लिए बिन्दु P(x, 2) और Q(3, 4) के बीच की दूरी 8 इकाई है।

हल (Solution):

1. दूरी सूत्र का उपयोग:

$$\bullet PQ = 8$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$PQ^2 = (3-x)^2 + (4-2)^2$$

$$8^2 = (3-x)^2 + (2)^2$$

$$\Rightarrow 64 = 9 - 6x + x^2 + 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 13 - 64 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x - 51 = 0$$

द्विघात सूत्र से x का मान ज्ञात करें:

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$X = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(-51)}}{2(1)}$$

$$X = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 204}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{240}}{2}$$

$$X = \frac{6 \pm \sqrt{15}}{2}$$

$$X = 3 \pm 2\sqrt{15}$$

Ans: x का मान $3 + 2\sqrt{15}$ या $3 - 2\sqrt{15}$ है।

Q21. बिन्दुओं (8,10) और (4,6) को मिलाने वाले रेखाखंड के मध्य-बिन्दु की दूरी बिन्दु (2,4) से ज्ञात करें।

हल (Solution):

मध्य-बिन्दु (M) ज्ञात करें:

$$\bullet M = \left(\frac{8+4}{2}, \frac{10+6}{2} \right) = (6,8)$$

M(6,8) और P(2,4) के बीच की दूरी ज्ञात करें:

$$\text{दूरी } PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$PQ = \sqrt{(2 - 6)^2 + (4 - 8)^2}$$

$$PQ = \sqrt{(-4)^2 + (-4)^2}$$

$$PQ = \sqrt{16 + 16}$$

$$PQ = \sqrt{32}$$

$$PQ = \sqrt{16 \times 2}$$

$$PQ = 4\sqrt{2} \text{ इकाई}$$

Ans: बिन्दुओं (8,10) और (4,6) को मिलाने वाले

रेखाखंड के मध्य-बिन्दु की दूरी, बिन्दु (2,4) से $4\sqrt{2}$ इकाई है।

Q22. यदि $\triangle ABC$ में, $\angle B = \angle C$ और बिन्दु D तथा E

क्रमशः भुजाओं AB तथा AC पर इस प्रकार हैं कि

$BD = CE$, तो सिद्ध करें कि $DE \parallel BC$.

संक्षिप्त उपपत्ति:

समान भुजाएँ: $\triangle ABC$ में, $\angle B = \angle C$ (दिया है)। अतः,

समान कोणों की सम्मुख भुजाएँ समान होंगी:

$$AB = AC \text{ (i)}$$

AD और AE में संबंध: हम AB और AC को भागों में लिखते हैं:

$$AB = AD + DB$$

$$AC = AE + EC$$

$$\text{समीकरण (i) से: } AD + DB = AE + EC$$

चूँकि $DB = EC$ (दिया है), इसलिए दोनों तरफ से समान भाग घटाने पर:

$$AD = AE \text{ (ii)}$$

समानुपातिकता (B.P.T. का विलोम):

समीकरण (ii) और दिए गए $DB = EC$ का उपयोग करके अनुपात ज्ञात करते हैं:

$$\frac{AD}{AE} = 1 \text{ और } \frac{DB}{EC} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{DB}{EC}$$

पुनर्व्यवस्थित करने पर, हमें मिलता है:

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

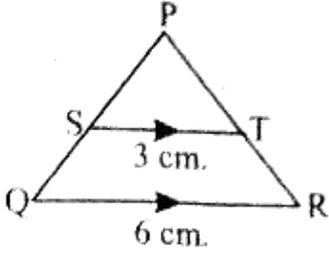
चूँकि $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ है, इसलिए $\triangle ABC$ में बिन्दु D और E ने भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित किया है।

निष्कर्ष: आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय (B.P.T.) के विलोम (Converse) से, यह सिद्ध होता है कि रेखाखंड DE तीसरी भुजा BC के समान्तर है।

$DE \parallel BC$ (सिद्ध हुआ)

Q23. दी गई आकृति में $ST \parallel QR$, यदि $ST=3$ सेमी, $QR=6$ सेमी तथा क्षेत्रफल $(\Delta PST)=15$ सेमी², तो ΔPQR का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

हल (Solution):



$ST \parallel QR$ और $QR = 3 : 6$

क्षे^० $(\Delta PST) = 15$ सेमी²

क्षे^० $(\Delta PST) = 15$ सेमी²

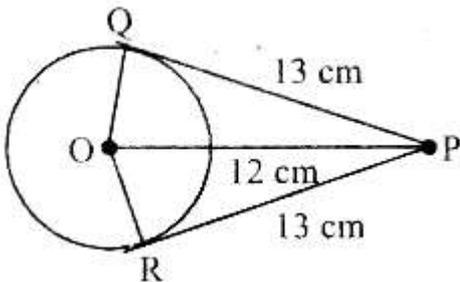
$$\frac{\text{क्षे}^{\circ}(\Delta PST)}{\text{क्षे}^{\circ}(\Delta PQR)} = \left(\frac{ST}{QR}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{15}{\text{क्षे}^{\circ}(\Delta PQR)} = \frac{9}{36}$$

$$\Rightarrow \text{क्षे}^{\circ}(\Delta PQR) = \frac{36 \times 15}{9} = 60 \text{ सेमी}^2$$

Q24. किसी वृत्त के केंद्र से 13 सेमी. की दूरी पर किसी बिन्दु P से खींची गई स्पर्श रेखा की लम्बाई 12 सेमी. है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करें।

हल (Solution):



समकोण त्रिभुज: वृत्त के केंद्र O, स्पर्श बिंदु T और बाहरी बिंदु P से ΔOTP एक समकोण त्रिभुज बनता है, जहाँ $\angle T=90^\circ$ (त्रिज्या, स्पर्श रेखा पर लंब होती है)।

दिए गए मान:

- कर्ण (OP) = 13 सेमी
- आधार (PT) = 12 सेमी
- त्रिज्या (OT या r) = ?

पाइथागोरस प्रमेय: $OP^2 = OT^2 + PT^2$

$$13^2 = r^2 + 12^2$$

$$169 = r^2 + 144$$

$$r^2 = 169 - 144$$

$$r^2 = 25$$

$$r = 5 \text{ सेमी}$$

Q25. किसी भिन्न के अंश और हर में 2 जोड़ देने पर वह 5 के बराबर हो जाता है और यदि उसके अंश और हर में से 1 घटा दें तो वह 7 के बराबर हो जाता है। इन कथनों के लिए समीकरण लिखें।

हल (Solution):

माना अंश x और हर y है।

$$\text{भिन्न } \frac{x}{y} \text{ है।}$$

प्रथम कथन से समीकरण (Equation I)

अंश और हर में 2 जोड़ने पर, भिन्न $\frac{5}{6}$ हो जाती है।

$$\frac{x+2}{y+2} = \frac{5}{6}$$

$$6(x+2) = 5(y+2)$$

$$6x+12 = 5y+10$$

$$6x-5y = -2$$

$$6x-5y = -2$$

द्वितीय कथन से समीकरण (Equation II)

अंश और हर में से 1 घटाने पर, भिन्न $\frac{7}{8}$ हो जाती है।

$$\frac{x-1}{y-1} = \frac{7}{8}$$

$$8(x-1) = 7(y-1)$$

$$8x-8 = 7y-7$$

$$8x-8 = 7y-7$$

$$8x-7y = 1$$

Q26. निम्नलिखित बंटन का माध्य ज्ञात करें:

| वर्ग-अंतराल | बारंबारता |
|-------------|-----------|
| 0-10 | 8 |
| 10-20 | 15 |
| 20-30 | 12 |
| 30-40 | 16 |
| 40-50 | 9 |

हल (Solution):

| वर्ग-अंतराल | बारंबारता (fi) | वर्ग चिह्न (xi) | fixi |
|-------------|-------------------|--------------------|------------------|
| 0-10 | 8 | 5 | 8×5=40 |
| 10-20 | 15 | 15 | 15×15=225 |
| 20-30 | 12 | 25 | 12×25=300 |
| 30-40 | 16 | 35 | 16×35=560 |
| 40-50 | 9 | 45 | 9×45=405 |
| योग (Total) | $\sum fi=60$ | | $\sum fixi=1530$ |

माध्य सूत्र का प्रयोग

माध्य (\bar{x}) ज्ञात करने के लिए प्रत्यक्ष विधि का सूत्र:

$$\text{माध्य } (\bar{x}) = \frac{\sum fixi}{\sum fi}$$

मान रखने पर:

$$\bar{x} = \frac{1530}{60}$$

$$\bar{x} = \frac{153}{6}$$

$$\bar{x} = 25.5$$

Ans: दिए गए बंटन का माध्य 25.5 है।

Q27. यदि 14 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त का एक चाप केंद्र पर 120° का कोण अंतरित करता है, तो चाप की लम्बाई ज्ञात करें।

हल (Solution):

दिए गए मान

r वृत्त की त्रिज्या (Radius) = 14 सेमी

θ केंद्र पर अंतरित कोण (Angle) = 120°

चाप की लम्बाई का सूत्र

$$l = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$$

मान रखना और गणना करना

$$l = \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 14$$

$$l = \frac{1}{3} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 14$$

7 से 14 को काटने पर ($7 \times 2 = 14$):

$$l = \frac{1}{3} \times 2 \times 22 \times 2$$

$$l = \frac{88}{3} \text{ सेमी.}$$

Ans: चाप की लम्बाई 388 सेमी है।

Q28. यदि किसी लम्बवृत्तीय बेलन की ऊँचाई उसके आधार की त्रिज्या की दुगुनी है एवं उसके वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल 616 सेमी^2 है, तो उसके आधार की त्रिज्या निकालें।

हल (Solution):

दिए गए मान और सूत्र

- बेलन की ऊँचाई (h): $h = 2r$
- वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल : 616 सेमी^2
- वक्र पृष्ठ के क्षेत्रफल का सूत्र: $= 2\pi rh$

वक्र पृष्ठ के क्षेत्रफल के सूत्र में h का मान ($2r$) रखने पर:

बेलन की वक्र पृष्ठ के क्षेत्रफल का सूत्र: $= 2\pi rh$

$$= 2\pi r (2r)$$

$$616 = 4\pi r^2$$

$\pi = \frac{22}{7}$ का मान रखने पर:

$$616 = 4 \times \frac{22}{7} \times r^2$$

$$616 = 788 \times r^2$$

$$r^2 = \frac{616 \times 7}{88}$$

616 को 88 से भाग देने पर:

$$\frac{616}{88} = 7$$

$$r^2 = 7 \times 7$$

$$r^2 = 49$$

$$r = \sqrt{49}$$

$$r = 7 \text{ सेमी}$$

Ans: बेलन के आधार की त्रिज्या 7 सेमी है।

Q29. यदि तीन सिक्कों को एक साथ उछाला जाता है तो तीनों पर एक ही परिणाम आने की प्रायिकता ज्ञात करें।

हल (Solution):

कुल संभावित परिणाम (S):

$$S = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$$

कुल परिणामों की संख्या $n(S) = 8$

वांछित परिणाम (Desired Outcome)

हमें वह परिणाम चाहिए जब तीनों सिक्कों पर एक ही परिणाम (same outcome on all three coins) आए।

अनुकूल परिणाम (E):

$$\bullet \text{ तीनों पर एक ही परिणाम} = \{HHH, TTT\}$$

अनुकूल परिणामों की संख्या $n(E) = 2$

प्रायिकता (P(E)) का सूत्र है:

$$P(E) = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल संभावित परिणामों की संख्या}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

मान रखने पर:

$$P(E) = \frac{2}{8}$$

$$P(E) = \frac{1}{4}$$

Ans: तीनों सिक्कों पर एक ही परिणाम आने की

प्रायिकता $\frac{1}{4}$ है।

Q 30. यदि दो पाँसों को एक साथ फेंकने पर दोनों पर आने वाले अंकों का अंतर 3 आने की प्रायिकता निकालें।

हल (Solution):

कुल संभावित परिणाम $n(S)$:

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

अनुकूल परिणाम $n(E) = 6$

अंतर 3 वाले युग्म

$$= \{(1,4), (4,1), (2,5), (5,2), (3,6), (6,3)\}$$

$$\text{प्रायिकता } P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$= \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

• Ans: प्रायिकता $\frac{1}{6}$ है।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (Long Answer Type Questions)

संख्या 31 से 38 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। इनमें से किसी भी 4 प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न के लिए 5 अंक निर्धारित हैं।

Q31. ग्राफीय विधि से समीकरण युग्म $x-2y+1=0$ और $2x+y-13=0$ को हल करें।

हल (Solution):

$$x - y + 1 = 0 \quad \dots(i)$$

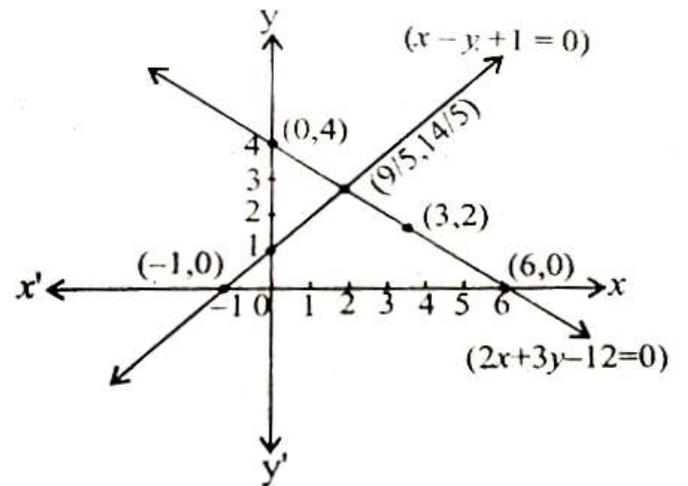
$$2x + 3y - 12 = 0 \quad \dots(ii)$$

$$\text{समीकरण (i) से } y = x + 1$$

| | | | |
|---|---|---|----|
| x | 0 | 1 | -1 |
| y | 1 | 2 | 0 |

$$\text{समीकरण (ii) से } y = \frac{12-2x}{3}$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| x | 0 | 3 | 6 |
| y | 4 | 2 | 0 |



दोनों आलेखों का काटन बिन्दु $(\frac{9}{5}, \frac{14}{5})$ है। अतः हल $x = \frac{9}{5}, y = \frac{14}{5}$ है।

Q32. एक आयताकार खेत का विकर्ण उसकी छोटी भुजा से 60 मीटर अधिक लंबा है। यदि बड़ी भुजा छोटी भुजा से 30 मीटर अधिक हो, तो खेत की भुजाएँ ज्ञात करें।

हल (Solution)

मान लीजिए आयताकार खेत की छोटी भुजा की लंबाई

- छोटी भुजा (b) = x मीटर

प्रश्न की शर्तों के अनुसार,

बड़ी भुजा (l): छोटी भुजा से 30 मीटर अधिका

$$l = x + 30 \text{ मीटर}$$

विकर्ण (d): छोटी भुजा से 60 मीटर अधिका

$$d = x + 60 \text{ मीटर}$$

$$(\text{विकर्ण})^2 = (\text{छोटी भुजा})^2 + (\text{बड़ी भुजा})^2$$

$$d^2 = b^2 + l^2$$

मान रखने पर:

$$(x+60)^2 = (x)^2 + (x+30)^2$$

समीकरण को हल करना

बीजगणितीय सर्वसमिकाएँ $((a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2)$ का उपयोग करके समीकरण को विस्तृत करें:

$$x^2 + 2(x)(60) + 60^2 = x^2 + [x^2 + 2(x)(30) + 30^2]$$

$$x^2 + 120x + 3600 = x^2 + x^2 + 60x + 900$$

समीकरण को सरल करके द्विघात समीकरण के मानक

रूप $(ax^2 + bx + c = 0)$ में लाएँ:

$$x^2 + 120x + 3600 = 2x^2 + 60x + 900$$

$$0 = 2x^2 - x^2 + 60x - 120x + 900 - 3600$$

$$0 = x^2 - 60x - 2700$$

$$x^2 - 60x - 2700 = 0$$

$$x^2 - 90x + 30x - 2700 = 0$$

$$x(x-90) + 30(x-90) = 0$$

$$(x-90)(x+30) = 0$$

इससे x के दो मान प्राप्त होते हैं:

- $x - 90 = 0 \Rightarrow x = 90$
- $x + 30 = 0 \Rightarrow x = -30$

चूँकि भुजा की लंबाई ऋणात्मक नहीं हो सकती, इसलिए हम $x = -30$ को अस्वीकार करते हैं।

अतः, छोटी भुजा की लंबाई: $x = 90$ मीटर।

खेत की भुजाएँ ज्ञात करना

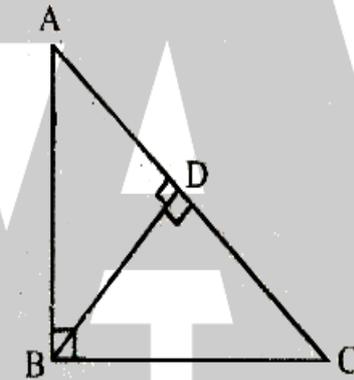
$x = 90$ का मान रखकर खेत की भुजाएँ ज्ञात करें:

- छोटी भुजा (b): $x = 90$ मीटर
- बड़ी भुजा (l): $x + 30 = 90 + 30 = 120$ मीटर
- विकर्ण (d): $x + 60 = 90 + 60 = 150$ मीटर

Ans: खेत की भुजाएँ 90 मीटर और 120 मीटर हैं।

Q33. सिद्ध करें कि एक समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योगफल के बराबर होता है।

हल (Solution)



दिया है: माना कि $\triangle ABC$ एक समकोण त्रिभुज है जिसमें $\angle ABC = 90^\circ$ है।

सिद्ध करना है: $AC^2 = AB^2 + BC^2$

रचना: B बिन्दु से AC पर BD लम्ब डाला।

प्रमाण: $\triangle ADB = \triangle ABC$ में,

$\angle BAD$ और $\angle BAC$

$\angle ADB = \angle ABC = 90^\circ$

$\therefore \triangle ADB \sim \triangle ABC$ (AA, समरूपता से)

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB}$$

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB}$$

$$\Rightarrow AB^2 = AC \cdot AD \dots (i)$$

इसी प्रकार $\triangle BDC$ और $\triangle ABC$ में,

$$\angle BCD = \angle BCA \text{ (उभयनिष्ठ कोण)}$$

$$\angle BDC = \angle ABC = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle BDC \sim \triangle ABC$$

$$\frac{BC}{AC} = \frac{DC}{BC} \Rightarrow BC^2 = AC \cdot DC$$

अब समीकरण (i) एवं (ii) के संगत पक्षों को जोड़ने पर हम पाते हैं कि

$$AB^2 + BC^2 = AC \cdot AD + AC \cdot DC$$

$$= AC(AD + DC) = AC \times AC = AC^2$$

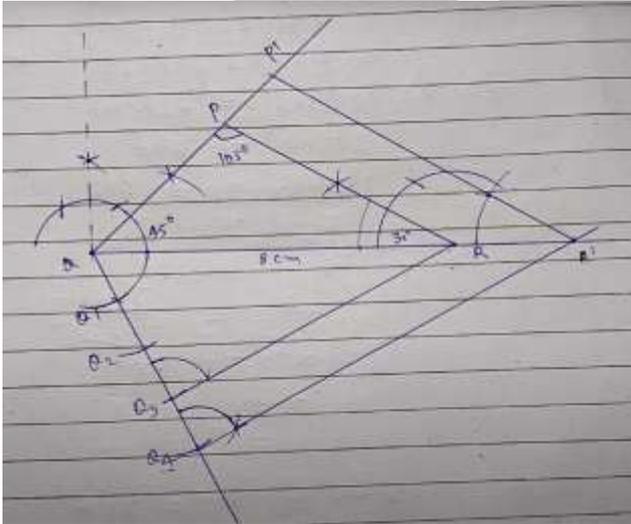
$$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2; \text{ यही सिद्ध करना था।}$$

इस तरह पाइथागोरस का प्रमेय सिद्ध हो जाता है।

Q 34. एक त्रिभुज PQR बनाएँ जिसमें QR=8 सेमी,

$\angle Q = 45^\circ$, $\angle P = 105^\circ$ है।

हल (Solution)



(i) QR=8 cm एक रेखा खींच

(ii) $\angle Q$ पर 45° का कोण बनाएँ

(iii) $\angle P$ पर 105° का कोण बनाएँ

(iv) PQR \triangle का बनाएँ

(v) Q बिंदु पर एक X तक रेखा खींचें

(vi) QX को 4 भागों में बाँट दें

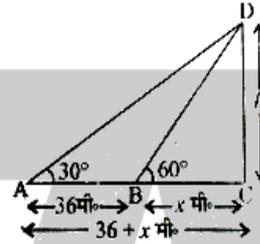
(vii) R को Q3 से मिलाएँ

(viii) Q4R एक Q3R के समांतर रेखा खींचें

(ix) QR के समांतर P1R' (एक रेखा) खींचें

Q35. एक व्यक्ति, जो नदी के एक किनारे पर खड़ा है नदी के दूसरे किनारे पर स्थित एक पेड़ के शिखर का उन्नयन कोण 60° पाता है। जब वह व्यक्ति किनारे से 36 मीटर पीछे हट जाता है, तो वह उन्नयन कोण 30° का हो जाता है।

माना वृक्ष की ऊँचाई (CD) = h मी^० तथा नदी की चौड़ाई (BC) = x मी^०



समकोण $\triangle BCD$ में, $\tan 60^\circ = \frac{CD}{BC}$

$$\tan 60^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{x} \Rightarrow \sqrt{3}x = h \quad (i)$$

तथा समकोण, $\triangle ACD$ में $\tan 30^\circ = \frac{CD}{AC}$

$$\tan 30^\circ = \frac{h}{36 + x}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{h}{36 + x} \Rightarrow \sqrt{3}h = 36 + x \quad (iii)$$

समी० (i) से h का मान समी० (ii) में रखने पर,

$$\sqrt{3} \times \sqrt{3}x - x = 36$$

$$3x - x = 36$$

$$2x = 36$$

$$x = \frac{36}{2} = 18$$

x का मान समी० (i) में रखने पर

$$h = 18\sqrt{3} = 18 \times 1.732 = 31.176$$

अतः वृक्ष की ऊँचाई = 31.17 मी० तथा नदी की चौड़ाई = 18 मी०

Q36. सिद्ध करें कि:

$$\left(\frac{\operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec} A - 1}\right) + \left(\frac{\operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec} A + 1}\right) = 2\sec^2$$

हल (Solution)

$$\begin{aligned} \text{L.H.S.} &= \frac{\cos ec A}{\cos ec A - 1} + \frac{\cos ec A}{\cos ec A + 1} \\ &= \frac{\cos ec A (\cos ec A + 1) + \cos ec A (\cos ec A - 1)}{(\cos ec A - 1)(\cos ec A + 1)} \\ &= \frac{\cos ec^2 A + \cos ec A + \cos ec^2 A - \cos ec A}{(\cos ec A)^2 - (1)^2} \\ &= \frac{2 \cos ec^2 A}{\cos ec^2 A - 1} \\ &= \frac{2 \cos ec^2 A}{\cot^2 A} \quad \dots (\because \operatorname{cosec}^2 A - 1 = \cot^2 A) \\ &= 2 \frac{\frac{1}{\sin^2 A}}{\frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}} \\ &= \frac{2}{\cos^2 A} \\ &= 2 \sec^2 A \\ &= \text{R.H.S.} \end{aligned}$$

Q37. निम्नलिखित आँकड़ों का माध्यिका (Median) ज्ञात करें।

| प्राप्तांक (Marks obtained) | छात्रों की संख्या (No. of Students) |
|-----------------------------|-------------------------------------|
| 70% से अधिक | 7 |
| 60% से अधिक | 18 |
| 50% से अधिक | 40 |
| 40% से अधिक | 42 |
| 30% से अधिक | 53 |
| 20% से अधिक | 60 |

हल (Solution)

| वर्ग अंतराल (C.I.) | छात्रों की संख्या (f) | संचयी बारंबारता (C.F.) |
|--------------------|-----------------------|------------------------|
| 20-30 | 60-53=7 | 7 |
| 30-40 | 53-42=11 | 7+11=18 |
| 40-50 | 42-40=2 | 18+2=20 |
| 50-60 | 40-18=22 | 20+22=42 |
| 60-70 | 18-7=11 | 42+11=53 |
| 70-80 | 7-0=7 | 53+7=60 |
| योग | N=60 | |

माध्यिका वर्ग ज्ञात करना

$$\frac{N}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

हम संचयी बारंबारता (C.F.) में 30 से ठीक बड़ी संख्या देखेंगे। यह संख्या 42 है, जो वर्ग अंतराल 50-60 में आती है।

माध्यिका वर्ग = 50-60

माध्यिका की गणना

माध्यिका सूत्र के लिए आवश्यक मान:

- माध्यिका वर्ग की निचली सीमा (L): 50
- माध्यिका वर्ग की बारंबारता (f): 22
- माध्यिका वर्ग से ठीक पहले के वर्ग की संचयी बारंबारता (C.F.): 20 (वर्ग 40-50 की C.F.)
- वर्ग माप (h): 60-50=10

माध्यिका का सूत्र:

$$\text{माध्यिका} = L + \frac{\frac{N}{2} - \text{C.F.}}{f} \times h$$

मान रखने पर:

$$\text{माध्यिका} = 50 + \frac{30-20}{22} \times 10$$

$$\text{माध्यिका} = 50 + \frac{10}{22} \times 10$$

$$\text{माध्यिका} = 50 + \frac{100}{22}$$

$$\text{माध्यिका} = 50 + \frac{50}{11}$$

$$\text{माध्यिका} \approx 50 + 4.545$$

$$\text{माध्यिका} \approx 54.55$$

Ans: दिए गए आँकड़ों की माध्यिका लगभग 54.55 है।

Q38. एक लम्ब वृत्तीय शंकु के आधार की त्रिज्या और ऊँचाई क्रमशः 5 मीटर तथा 12 मीटर है। उस शंकु का आयतन एवं कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करें।

हल (Solution)

दिए गए मान

- शंकु के आधार की त्रिज्या (r): 5 मीटर
- शंकु की ऊँचाई (h): 12 मीटर
- π का मान 722 या 3.14 लिया जा सकता है। हम गणना में π को अंत तक रखेंगे।

शंकु का आयतन

शंकु के आयतन का सूत्र है:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

मान रखने पर:

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times (5)^2 \times 12$$

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 25 \times 12$$

12 को 3 से काटने पर ($12/3 = 4$):

$$V = \pi \times 25 \times 4$$

$$V = 100\pi \text{ मीटर}^3$$

तिर्यक ऊँचाई (l)

$$l = \sqrt{r^2 + h^2}$$

मान रखने पर:

$$l = \sqrt{5^2 + 12^2}$$

$$l = \sqrt{25 + 144}$$

$$l = \sqrt{169}$$

$$l = 13 \text{ मीटर}$$

शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल

शंकु के कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल का सूत्र है:

$$= \pi r(l+r)$$

मान रखने पर:

$$= \pi \times 5 \times (13+5)$$

$$= 5\pi \times 18$$

$$= 90\pi \text{ मीटर}^2$$

उत्तर (Answer)

1. शंकु का आयतन (Volume): 100π मीटर³
(यदि $\pi \approx 3.14$ लें, तो $V \approx 314$ मीटर³)
2. शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल: 90π मीटर²
(यदि $\pi \approx 3.14$ लें, तो $TSA \approx 282.6$ मीटर²)